

Matematisk meningsskapning i barns lek

En casestudie

Vigdis Flottorp Avdeling for lærerutdanning og internasjonale studier, Høgskolen i Oslo, Norge

Title: Mathematical meaning making in children's play? Verbal and non-verbal forms of expressions

Abstract: I analyze an episode from field work in a multilingual day-care centre in Oslo. I examine verbal and non-verbal expressions. The children are 5 years old, and the mathematics is about classification. The children are creating structure and are seeking meaning. This is a key part of their play. My findings indicate that mathematical order and structure become conscious experiences to the children. I argue that we cannot know about the children's mathematical and communicative competence without knowing the physical context, the play in the sandpit, and the friendship between the boys.

Keywords: Mathematics; Early childhood education; Semiotics; Learning; Play

Email: vigdis.flottorp@lui.hio.no

Received July 2009, Sent to reviewers August 2009, Accepted June 2010, Published 10 December 2010

INNLEDNING

I den norske rammeplanen for barnehagen heter det at personalet må "være lyttende og oppmerksomme i forhold til den matematikken barnet uttrykker gjennom lek, samtaler og hverdagsaktiviteter" og "støtte barnets matematiske utvikling med utgangspunkt i barnets interesser og uttrykksformer" (Kunnskapsdepartementet, 2006b, s. 42). Rammeplanen understreker altså at matematiske fenomener har en *egenverdi* for barn. Dette berører spørsmålet om matematikkens berettigelse i barnehagen, og dette er igjen knyttet til barns medvirkning. Ifølge Østrem (2008) er matematikk det fagområdet i Rammeplanen som mest gjennomført vektlegger barns medvirkning. Fra politisk hold kommer det signaler som kan tyde på at matematikk i barnehagen først og fremst er viktig for overgangen mellom barnehage og skole der det gjelder å ruste barna best mulig til skolen. Det kan tolkes slik at det legges mindre vekt på hva matematikk kan bety i små barns liv *her og nå*. Matematikken ansees altså hovedsaklig som viktig for

framtida. Dette kommer blant annet til uttrykk i Stortingsmelding 41 om kvalitet i barnehagen:

I skolen sliter også mange elever med regning som grunnleggende ferdighet. Det er behov for å skape mer positive holdninger til faget. Barnehagens arbeid generelt og med fagområdet antall, rom og form spesielt er viktig i denne sammenheng. (Kunnskapsdepartementet, 2009, s. 77)

I de seinere åra har det vært et økt læringstrykk både i barnehagen og skolen med fokus på grunnleggende ferdigheter. Barnehagen har blitt en del av utdanningsløpet gjennom innlemming i Kunnskapsdepartementet, og matematikk har blitt et eget fagområde med den nye rammeplanen fra 2006 (Kunnskapsdepartementet, 2006b). Dette har ført til fornyet debatt om forholdet mellom lek og læring, en debatt som tidvis er preget av forenklede motsetninger, men også av ulike ideologiske ståsteder. Motsetningene blir særlig satt på spissen i faget matematikk

som er sterkt preget av skoletradisjonen. De fleste er enige om at barnehage og skole skal være arenaer for læring. Spørsmålet er *hvordan* dette kan virkeliggjøres i matematikk i barnehagen, og hva man legger i læringsbegrepet.

Mye av forskningen på små barns matematiske forståelse har vært basert på eksperimentelle situasjoner, som oftest med enkeltbarn. Det er derimot sparsomt med forskning på matematikken i naturlige og uformelle lek- og hverdags-situasjoner. Noen studier fins (Fauskanger, 1998; Ginsburg, Inoue, & Seo, 1999; Seo & Ginsburg, 2004; Tudge & Doucet, 2004). Ginsburg et al. (1999) undersøker hverdagsituasjoner og klassifiserer hva slags matematikk som barn er innblandet i. Deres funn tyder på at tall og telling utgjør en forholdsvis liten del av barns matematiske aktiviteter sammenlignet med f.eks. former og mønstre. Det er forsket mye på barns tallutvikling, mens barns forståelse av geometriske og romlige fenomener vet vi mindre om (Clements, 2003). Derfor har jeg valgt å ha et særlig blikk for geometriske og romlige fenomener i barns lek og hverdagsaktiviteter.

TEORI

Denne studie vil undersøke hva slags matematisk meningskapning som skjer i barns naturlige aktiviteter, og hvordan dette kommer til uttrykk. For å komme nærmere forskningsspørsmålet bruker jeg begrepene *uttrykk, meningskapning, kontekst og matematikk*.

I *uttrykket* kommer matematikken til syne og trer fram. I og med at vi ikke har direkte tilgang til hva som skjer inni hodene til barna, er det avgjørende å fange inn alle mulige måter som barna kommuniserer mening på. Det innebærer å betrakte uttrykket i vid forstand. Semiotikk innlemmer ikke bare verbal-språklige og skriftlige uttrykksmåter i kommunikasjonen, men alle slags uttrykk som gester, kroppsspråk og handlinger. Derfor valgte jeg en semiotisk tilnærming. Semiotikk er nært forbundet med sosiokulturelle teorier der kunnskap og mening antas å bli skapt og gjenskapt i konkrete kontekster. Implisitt i en semiotisk-kulturell tilnærming ligger et utvidet syn på hva matematikk kan være og hvordan den kan komme til syne, f.eks. at den ikke alltid må uttrykkes verbalspråklig.

For denne studie er *konteksten* barns naturlige aktiviteter, og utgangspunktet er et bestemt case for å undersøke hva som skjer der. Studien blir kvalitativ, uten pretensjoner om å avdekke gene-

relle sammenhenger. Caset er unikt i den forstand at det aldri kommer til å skje igjen, men det kan kanskje vise fram noen måter å uttrykke seg på og skape matematisk mening på, som kan ha relevans utover enkelttilfellet.

Studien er empirisk drivet, ønsket var å se på matematikken i barns naturlige situasjoner. Det var først i analysefasen, i samspillet mellom empiri og teori, at den teoretiske tilnærmingen utkrystalliserte seg.

Sosiokulturelle teorier bygger på Vygotsky og hans syn på tenkning som kulturelt og historisk betinget (Säljö, 2006). I all aktivitet bruker mennesker språklige og fysiske redskaper. De fysiske redskapene, artefaktene, er menneskeskapte og laget i en bestemt hensikt, til forskjell fra naturgjenstander.

Semiotikk er studiet av kulturen som tegn, der tegn omfatter alle språklige og fysiske redskaper som brukes i kulturen. Siden både språk og fysiske redskaper er laget av mennesker, blir alle begreper å anse som kulturelt og historisk skapt innenfor en semiotiske tankegang. Det gjelder også matematiske begreper. De kan ikke betraktes som eviggyldige naturlover, men er å anse som menneskeskapte.

Ideas and mathematical objects ... are conceptual forms of historically, socially and culturally embodied reflective, mediated activity.
(Radford, 2006, s. 42)

Matematiske objekter og begreper har riktignok vist seg å være svært nyttige og kan sammenlignes med "lighthouses that orient navigators' sailing boats" (Radford, 2006, s. 58), men ut fra en semiotisk tankegang kan de ikke oppfattes som eviggyldige ideer utenfor vår verden. Det abstrakte og generelle ved dem antas å stamme fra menneskelig aktivitet. Dermed kan nye konstruksjoner som er skapt ut fra en annen kontekst, bli gyldige. Innen denne forståelsesrammen blir ikke kunnskap å anse som noe objektivt gitt. Derimot skapes og gjenskapes kunnskap i enhver situasjon.

En triadisk modell kan gi et bilde av det som skjer ved meningsdanning. Her er uttrykk, innhold og bruk alle deler av meningsdanningen. Dermed kan ikke matematiske uttrykk inneholde noen begrepsmessige ideer i seg selv, men uttrykkene er avhengig av de andre delene for at mening skal oppstå (Ongstad, 2006).

Uttrykket dekker det som sanses. *Bruken* betegner det som gjøres eller selve handlingen,

mens *innholdet* er det som det henvises til eller referansen. Til sammen danner disse tre delene, uttrykk – bruk/handling – innhold/referanse, den *semiotiske ytringen* (Ongstad, 2006).

Utrykk

Tradisjonelt har man betraktet tenkning som noe mentalt, noe som foregår i hodet, befridd fra kroppen. Det innebærer at kroppslige uttrykk som gester, ikke kan regnes som tenkning. Innen et multimodalt syn på kognisjon blir tenkning noe som ikke foregår bare i hodet, men i og gjennom språk, kropp og redskaper (Radford, 2009). Altså er ikke tenkning utelukkende noe abstrakt, men foregår også på det konkrete planet. Derfor kan man ikke betrakte gester som et slags vindu som opplyser det som skjer inni hodet. Gester og kroppsspråk er å anse som genuine deler av selve tenkingen på linje med alle tegn som inngår i den konkrete situasjonen. Det innebærer at matematisk mening kan skapes av mange ulike uttrykk; både verbale, kroppslige og fysiske. Semiotikken går dypere enn det verbalspråklige, og kan dermed avdekke hvordan et objekt eller en mening trer fram uavhengig av uttrykksmåte.

Selv om begrepsdanning er bundet til kontekster, kan ikke kunnskap bare reduseres til enkeltindividets subjektive konstruksjoner. I sin meningskaping tar individet i bruk redskaper som allerede bærer mening i seg. Radford (2006) beskriver forholdet mellom det subjektive og det kulturelle som to sider av samme mynt. På den ene siden har vi den individuelle forståelsen som er intimt knyttet til den enkeltes erfaring. På den andre siden har vi det kulturelle innholdet som tilføres gjennom de kulturelle redskapene. Dette skjer i selve den meningskappende akten (Radford, 2006, s. 52).

Innen kognitivt orientert forskning har man sett på læring som en individuell *tilegnelse* av kunnskap, mens man innen en sosiokulturell forståelse legger vekt på det å bli *deltaker* i ulike institusjonaliserte fellesskap, som familie, barnehage og skole (Säljö, 2006). Det å bli deltaker handler om kommunikasjon og språk. Rammene for hvordan vi snakker og tenker, styres av kommunikasjonssituasjonen eller av diskursen. Her blir mening forhandlet fram av deltakerne innenfor gitte mønstre. I dette perspektivet er både individ og mening noe som stadig blir til, og som hele tida blir transformert gjennom sosiale praksiser (Säljö, 2006).

Matematikk

Sfard berører i sitatet både hva læring er og hva matematikk er. Det er ingen enighet om hva som egentlig er kjernen i det 'matematiske'.

Sociocultural psychologists prefer to view learning as becoming a participant in certain distinct activities rather than as becoming a possessor of generalized, context-independent conceptual schemes. (Sfard, 2001, s. 23)

Man må skille mellom matematikk som en vitenskaplig disiplin og matematikk som skolefag. Når det gjelder det siste, kan tre ulike synspunkter skilles ut (van Oers, 2001).

For det første kan matematikk ansees som synonymt med regneoperasjoner. Dette kommer blant annet til uttrykk i læreplanen for grunnskolen der det "å kunne regne" er en av de fem grunnleggende ferdighetene som gjennomsyrrer hele planen (Kunnskapsdepartementet, 2006a).

For det andre kan man betrakte matematikk som abstrakte strukturer anvendt på konkrete situasjoner. En underforstått premisse for dette synet er at strukturene finnes fra før som faste størrelser. Disse grunnleggende abstrakte strukturene er blitt kalt "mother structures", og forskere som Picard mener å kunne se dem tidlig i barns lek (van Oers, 2001, s. 62). Dette synet kolliderer med en sosiokulturell forståelse der strukturer ikke betraktes som faste, men antas å bli skapt og gjenskapt i enhver situasjon.

Det tredje synspunktet er at matematikk handler om problemløsning med symbolske redskaper. Freudenthal¹ er viktig for framveksten av det siste synet. Det som særpreger matematisk aktivitet, er at menneskelige erfaringer blir organisert på en systematisk måte. Dette kalte Freudenthal *matematisering*. Det omfatter mer enn å skape aksiomatiske systemer som er en relativt moderne side ved matematikken, ifølge Freudenthal (1991). Matematisering må forstås mye videre:

I myself insist on including in this one term the entire organizing activity of the mathematician, whether it affects mathematical content and expression, or more naïve, intuitive, say lived experience, expressed in everyday language. (Freudenthal, 1991, s. 30)

Innen denne tradisjonen legges vekten på å løse problemer med *egne* redskaper i realistiske situasjoner som er meningsfulle for deltakerne. Red-

skapene må sees ut fra sammenhengen de oppstår i. Prosessen, det å løse et problem, er viktigere enn å mestre en fastlagt struktur. Dette synet ligger nærmest en semiotisk-kulturell tilnærming.

Hvis vi legger Sfard og Freudenthal til grunn, har vi fortsatt ikke definert hva slags problemer som kan kalles matematiske, og hva som kjenneretegner Sfards *certain distinct activities* eller Freudenthals *lived experiences*. Dersom man vektlegger handlingsaspektet, går det an å skille ut noen grunnleggende handlemåter som tilstrebnes i all matematisk aktivitet (Mason & Johnston-Wilder, 2004, s. 74). Disse er ”natural powers”: å betone og ignorere, spesialisere og generalisere, utskille og forbinde, forestille seg (*imagining*) og uttrykke, formode (*conjecture*) og overbevise, organisere og karakterisere. Disse henger sammen:

Once things have been distinguished, it is equally important to recognize what is similar and what is distinctive, again a result of stressing and ignoring. (Mason & Johnston-Wilder, 2004, s. 76)

Handlingsmåtene avgrensner ikke aktiviteten til noen spesielle objekter, og kan i så måte anses som mer generelle enn Bishops (1988) seks universelle matematiske aktiviteter. Bishop mener at telling, måling, lokalisering, design, spill og forklaring er matematiske aktiviteter som fins i alle kulturer, uavhengig om kulturen har skriftspråk eller ei. Matematikken kan komme til uttrykk på ulike måter, f.eks. i språklige kategorier, mønstre eller navigasjonssystemer. Matematikken er skapt ut fra et historisk og kulturelt behov. Uttrykkene varierer med de ulike kulturene, men fellestrekket er de seks aktivitetstypene.

Etter å ha behandlet begrepene uttrykk, kontekst, meningsskaping og matematikk er oppgaven nå å redegjøre for hvordan begrepene knyttes til empirien.

METODE

Studiens formål var å studere matematisk meningsskaping i barns lek og hverdags situasjoner. Utfordringen var å finne noen grep som gjorde det mulig å få tak i leken eller konteksten, matematikken og meningsskapingen. For å starte med det første, måtte jeg prøve å komme på innsiden av leken, og få tilgang til barnas naturlige

aktiviteter. Jeg fulgte en barnehage i Oslo indre øst i ett år med cirka ett besøk i uka.

Min rolle ble å være deltakende observatør. Graden av deltaking varierte først og fremst ut fra om jeg videofilmet eller ei. Størsteparten av tida var jeg lekekamerat, og noterte når det oppstod pauser. I samspillet med barna var jeg tilbakeholden med å gi matematiske innspill. Jeg kunne ikke planlegge barnas lek eller gi barna instruksjoner, men fulgte deres gjøremål og barnehagens dagsrytme.

Jevnlig samtalte jeg med barnehagepersonalet om det jeg så i barnas aktivitet, først og fremst med pedagogisk leder. Etter ønske fra pedagogisk leder var jeg til stede på et avdelingsmøte der vi diskuterte voksenrollen i barns lek.

Jeg konsentrerte meg om situasjoner med samspill mellom barn siden jeg ville se på hvordan barn skaper mening *sammen*. Den sosiale praksisen som danner bakgrunn for meningsskapingen, var i min utvalgte episode knyttet til utelek i sandkassa og til vennskap.

Når det gjaldt det *matematiske*, så jeg etter lekesituasjoner som kunne ha matematisk potensiale, som bygging med klosser, tegning, samtaler og spill. Ganske raskt pekte det seg ut noen fokusbarn fordi de viste evne til konsentrert og kreativ lek. Det så ut til at det var disse barna som deltok i de matematisk sett mest interessante episodene. Det betyr ikke at det nødvendigvis er noen sammenheng mellom konsentrert lek og matematisk aktivitet. Noen barn ble altså valgt vekk noen barn fordi jeg var ute etter de kvalitative og ikke kvantitative sider ved matematikken i barns lek. Mine data kan derfor ikke si noe av hva som er typisk eller vanlig, men kan antyde *hvordan* matematiske fenomener kan komme til uttrykk hos barn.

Samlet sett består dataene av notater, foto og video. Etter at observert en god stund, begynte jeg å videofilme fordi jeg da visste mer om hvilke situasjoner og hvilke barn som burde fokuseres. I bearbeitingen av datamaterialet, kategoriserte jeg først hva slags type matematikk barna kunne sies å befatte seg med i ulike situasjoner, som f.eks. tall, tallsymboler, former, måling. Videoopptakene ble først delet inn i episoder. En episode er en sekvens der noen barn holder på med en identifiserbar aktivitet, avgrenset av scene-skifte. Deretter valgte jeg ut de episodene som var rike på matematisk mening og uttrykksmåter och og fintranskriberte disse sekvensene.

For at episoden skulle karakteriseres som rik, måtte barna ikke bare forbigående berøre noe

matematisk. Det matematiske måtte utvikle seg, f.eks. ved at det oppsto et problem som barna strevde for å finne en løsning på. Hvilke episoder som var rike, kunne noen ganger være vanskelige å si på forhånd, og det kan dermed være at noen rike episoder er oversett. I utvalget av episoder spilte det dessuten en rolle om de var overraskende. Barns uventede utspill trigget nysgjerrigheten og lyst på å finne ut noe jeg ikke visste fra før.

Siden målet var å se på språkets rolle i kommunikasjonen, fokuserte jeg på barn med verbalspråk. Dette hang sammen med at valg av barnehage. I Oslo er over 35 % av barna minoritetsspråklige, og derfor ville jeg ha en flerspråklig barnehage. Jeg konsentrerte meg om én avdeling med 17 barn i alderen 2–6 år. Fem av barna hadde norsk som morsmål.

Meningsskapingen kunne komme til syne på flere måter, og verbalspråket var en av flere mulige uttrykksmåter som kan være symptom på det som foregår. Jeg undersøkte handlinger, gester, blikk og replikker, dvs både de fysiske og språklige redskapene som inngikk i situasjonen. I mitt case utgjorde sandkasselekene de fysiske redskapene. Det ble viktig å finne ut om barnas gestikulering med lekene var *bevisste* eller *tilfeldige*. Da måtte jeg granske hvorvidt en konkret ytring hang sammen med noe som skjedde før, eller om noe av det som kom etterpå, kunne kaste lys over den. Det innebar å søke etter *hensikten* bak barnas handlinger, og det ble en nøkkel til å tolke det barna drev med. I en fenomenologisk forståelse beskrives båndene mellom subjektet og dets livsverden ved begrepene intensjonalitet eller rettethet. I henhold til Merleau-Ponty betyr det å være i en subjektsposisjon både at man er handlende og at man er *rettet mot noe* (Østrem, 2008). Det som barna var rettet mot i den konkrete episoden, dannet grunnlaget for meningsskapingen.

Det var altså ut fra symptomene eller uttrykkene at jeg tolket det som skjedde. I tolkningen støttet jeg meg på betydningene som lå i konteksten eller kommunikasjonssituasjonen. Dermed ble det nødvendig med nærstudium, der uttrykkene ble analysert ut fra rammene for aktiviteten, diskursen. I den utvalgte episoden var det avgjørende med videofilming for å fange det som ble sanset, gjort og henvist til. Ved å analysere samspeillet mellom uttrykk, innhold og bruk søker jeg å avdekke hva slags mening barna skaper.

ANALYSE OG DRØFTING

Konteksten eller kommunikasjonssituasjonen som nå blir analysert, er en episode som foregår i sandkassa med to gutter som er 5 år. Den varer bare 3–4 minutter og bygger på video-opptak. Den starter med at guttene har plassert forskjellige leker på kanten av sandkassa og avsluttes med at det kommer et annet barn inn i leken.

Den ene av guttene, Mohammed², er et av mine fokusbarn og utmerker seg med sin sans for systemer og tall. Han bruker enhver anledning til å telle. En gang han leker postkontor med et annet barn, teller han brevene han skriver, og antall bokstaver i eget navn. Det siste antallet sammenlignet han med navnene til de andre barna. I stigespill leser han tosifrete tall, også når brettet står opp ned. Waqas er en stille, konsentrert gutt. Siden han ikke har full plass i barnehagen, har jeg et vagere bilde av ham. Guttene har ulikt morsmål, og de snakker derfor norsk sammen.

Sandkasselekene av plast utgjør en viktig del av guttene lek. De er artefakter og bærer i seg en kulturell betydning som i dette tilfelle er tvetydig. Gjenstandene er laget som *leker* for barn, men samtidig ligner de på *bruksgjenstander* i voksenverdenen. Dels ser de ut som kjøkken-gjenstander, dels som hageredskap i miniatyrutgaver. Noen av lekene har kjegleform, og disse står i en særstilling fordi de ikke har umiddelbar verdi som verken ”kjøkken- eller hageredskap”. De er de eneste av formene som har matematisk navn.

Guttene benevner aldri noen av lekene i episoden, men deres lek røper hvilken betydning de gir artefaktene: guttene drikker av ”koppene” og rører i ”grytene”, men dette er *mine* benevnelser. Min tolkning av deres handlinger bygger på mange tidligere observasjoner. Sandkasselekene brukes ofte til ”matlaging”. Da rører barna i gryter, fyller på med sand og vann og smaker på maten. Her er det mønstre for hva som gjøres og sies. Noen ganger utvider barna matlagingsleken med at de lager restaurant eller kiosk, der de serverer og selger maten.

Leken ser ut til å handle om å *gjøre det samme* fordi når den ene leker at han drikker av koppen eller rører i gryta, hermer den andre. Slik jeg tolker leken, krever den at barna må ha samme *type* og samme *antall* leker. Det har de ikke i utgangspunktet. Slik ser fordelingen ut i starten:

<i>Mohammed</i>	<i>Waqas</i>
kopp	kopp
kjegle	kjegle
to gryter	èn gryte
sjøstjerne	sil

Her er det to problemer. For det første er ikke *antall* gryter likt, og for det andre er sjøstjerne og sil av ulik *kategori*. De første problemet løses enkelt ved at Waqas kaster vekk silen og finner en stekepanne. Denne dunker han i karmen på sandkassa mens han sier: "Se, hva jeg fant, a!" Stekepanna er uten hull og kan dermed ha samme funksjon som en gryte. Dette fellestrekket mellom stekepanne og gryte som "kokekar", blir enda tydeligere når Waqas foreslår at de skal ha sand i "alt". Vi kan ikke vite om han mener alle "kokekarene", men det er tydeligvis det som Mohammed mener når han sier at han "bare vil ha sand i to stykker". Deretter fyller begge gut-

tene sand i hver sine to kokekar, (inkludert stekepanna) og viser med denne handlingen at de er enige om hva "alt" skal bety. Her forhandler guttene fram en felles mening, skapt ut fra behovet i konteksten. Det er en subjektiv og lokal mening som bare gjelder de to deltakerne i leken. Samtidig preges den subjektive meningen av den kulturelt gitte betydningen, nemlig av hva som kan klassifiseres som kokekar.

Det andre problemet, at sjøstjerna og silen er ulike typer, er vanskeligere å løse siden det ikke fins noen ekstra sjøstjerne. Mohammed betrakter lekene, snur seg, griper silen og legger den *nest ytterst* på Waqas' side. Samtidig peker han på egen sjøstjerne som ligger nest ytterst på egen side, og sier: "Se, sjøstjerne!" Så snur han silen slik at den ligger med bunnen opp slik også sjøstjerna gjør. Deretter kontrollerer han systemet ved å berøre Waqas sine leker én etter én og jamfører med egne leker ved å bruke blikket. For hver ting han berører, sier han: "Legger den der." Han parkobler med andre ord sine gjenstander mot kameratens. Til slutt konstaterer han: "Nå er det riktig".

*Waqas**Mohammed*

Kokekar – Sil – Kokekar – Drikkekar – Kjegle <=> Kjegle – Kokekar – Kokekar – Sjøstjerne – Drikkekar

Mohammed skaper en dobbel likhet mellom sil og sjøstjerne gjennom artefaktens orientering og plassering i rommet. For det første lager han et nytt klassifikasjonskriterium – *bunn opp* –

som skiller sil og sjøstjerne fra de andre lekene. For det andre lages et fellestrekk mellom sil og sjøstjerne ved speilsymmetri – *nest ytterst*.

At symmetrien ikke er tilfeldig, kommer fram litt seinere når spadene skal plasseres i rekka. Mohammed legger spaden sin ytterst på sin side med skaftet vendt mot midten. Waqas spør om hjelp til å plassere spaden sin, ergo må han ha oppfattet at plasseringen ikke var tilfeldig. Mohammed legger sin egen spade i fanget med håndtaket vendt mot midten og sier: ”Den er sånn her.” Waqas legger deretter spaden sin speilsymmetrisk med skaftet vendt mot midten.

Guttene har ikke laget noen gjennomført speilsymmetri, men likevel sier Mohammed at det er riktig. Speilsymmetrien trengs først og fremst til å skape likhet mellom sil og sjøstjerne. Guttene klassifiserer og lager delvise symmetrier fordi *de har bruk for det i leken*. Det essensielle er det som er ”riktig” i leken, og det er å gjøre det samme, med samme type og antall leker. Ut fra sammenhengen kan dette tolkes som et slags vennskapstegn. I en viss forstand kan man si at guttene speiler seg i hverandre.

Vennskap er grunnleggende, og barn etablerer svært tidlig vennsksapsrelasjoner (Greve, 2007, 2009). Slik jeg tolker episoden, handler den om å styrke og bekrefte et vennsksapsforhold. Det er Mohammed som er den styrende i leken, og mange vil hevde at gjensidighet er nødvendig i et vennskap. Det avgjørende er at barna har erfaringer som gjør at de har skapt et *felles vi*. Det kan se ut som at dette felles vi er til stede i leken mellom guttene i sandkassa. De har et felles prosjekt som de kommuniserer til hverandre uten misforståelser. Nøyaktig det samme skjer i en studie av to 8-åringer som har bygd et slott sammen, og som skriver logg om byggingen (Ongstad, 2005). De sosiale båndene mellom barna utgjør en avgjørende tråd i barnas meningskaping.

Hva med det matematiske i guttenes aktivitet? Deres lek har flere likhetstrekk med handlemåtene som Mason og Johnston-Wilder (2006) mener karakteriserer all god matematisk aktivitet, særlig det å kunne betone og ignorere, utskille og forbinde, forestille seg (*imagining*) og uttrykke. Guttene lager orden og struktur av artefaktene ved at de betoner og ignorerer, skiller ut og forbinder. Lekene kan i utgangspunktet klassifiseres ut fra ulike kriterier, f.eks. etter farge, størrelse, form, funksjon og hvorvidt de har håndtak eller ei. Kanskje håndtak kunne blitt ett kriterium dersom de hadde fått en funksjon, f.eks. ved at lekene skulle henges opp. Guttene skiller kokekarene fra drikkekarene og sjøstjerna ved å betone *størrelse*. Kokekarene skiller fra silen ved

å betone *topologiske* egenskaper. Topologi handler om de egenskapene ved objekter som er uforandret ved transformasjoner. Hvis man strekker og bøyer et objekt som har et hull, vil det være topologisk uforandret så lenge objektet ikke ”ryker”.

Ved å vektlegge *form*, skiller kokekarene fra kjeglene. Sjøstjerne og sil utskilles og forbindes ved orientering i rommet, samtidig som guttene ignorerer andre egenskaper ved disse to gjenstandene.

Guttene tenkning kommer til syne først og fremst gjennom kroppen og de kommunikative *handlingene*. De viser, kaster, dunker og fyller sand i lekene. Noen ganger fungerer artefaktene i seg selv som matematiske uttrykk, f.eks. når spadene legges speilsymmetrisk. Lekene får samme funksjon som konkreter i matematikkundervisningen. Episoden viser hvor viktig det er å ha et multimodalt syn på kognisjon, jf. Radford (2009).

Guttene bruker få verbale uttrykk, og de fleste av dem er *deiktiske* eller pekende: ”Jeg skal hente en sånn,” sier Waqas når han er på jakt etter en ekvivalent til en kokekar. ”Den er sånn her,” forklarer Mohammed til kameraten om hvordan spaden skal legges speilsymmetrisk. Ordene gir kun mening ut fra konteksten, og denne er felles for de to guttene. Guttene snakker bra norsk. Når de likevel kommuniserer uten mye verbalspråk, er det ut fra sammenhengen rimelig å slutte at de ikke trenger det. I denne lekesituasjonen er deres handlinger og deiktiske språkbruk nok, og da blir det irrelevant at begge er tospråklige.

Barna bruker ingen matematiske betegnelser, men likefullt har de laget en struktur ved klassifikasjon og speilsymmetri. Dette kan til en viss grad sammenlignes med etnomatematiske studier³, f.eks. studier av geometriske mønstre hos etniske folkegrupper (Gerdes, 2007). Mønstrene beskrives gjennom et matematisk språk som er like fremmed for den aktuelle folkegruppa som mitt språk er for barna.

Verken de geometriske mønstrene eller systemet i guttenes lek er tilfeldige, men det ligger en bevisst tanke bak. I begge tilfeller kommer meningen først og fremst til uttrykk gjennom handlinger og artefakter, og ikke gjennom skrift. Verbalspråket spiller en underordnet rolle. En viktig forskjell mellom de to settingene, er at barnas system er ad-hoc-preget, mens de geometriske mønstrene hos ulike folkegrupper uttrykker generasjoners opplagrede kunnskap som er nedfelt

i en *varig* praksis. Barnas lek kan dermed betraktes som en *unik* sjanger, de gjentar ikke et mønster, men skaper sitt eget.

Studier av barns matematiske klassifikasjon handler i hovedsak om *geometriske former*. Formene analyseres ut fra trekk som er *definert på* forhånd, f.eks. antall hjørner, om figuren er lukket og hvorvidt linjene er rette eller ei. Klassifikasjon handler om å kunne skille de definerende trekkene fra de irrelevante, f.eks. å gjenkjenne en *trekant* selv om den har kort grunnlinje i forhold til de andre sidene, eller om den er orientert med spiss ned. Mange studier undersøker barns forståelse av geometriske former ut fra denne tilnærmingen (Aslan & Arnas, 2007; Clements, Sarama, & DiBiase, 2004; Satlow & Newcombe, 1998).

I dagliglivet brukes ofte flertydige begreper, mens alle matematiske begreper har en entydig definisjon. Uten slike definisjoner kunne en form med tre hjørner og buede linjer mellom være en 'trekant'. Det som gjør en trekant til en trekant, er de menneskeskapte språklige definisjonene. Disse må læres dersom klassifikasjon etter faste kriterier skal gi mening.

I guttenes klassifikasjon i sandkassa er ingenting definert på forhånd. De skaper sine egne kriterier ut fra behovet i leken, og ut fra egenkapene ved sandkasselekene.

Structures are just temporarily stabilized ways of approaching a problem. Mathematical activity in school – in order to be realistic – should focus above all on the processes of structuring instead of the mastery of fixed and prescribed structures. (van Oers, 2001, s. 63)

Ifølge Freudenthal-tradisjonen består kjernen i (skole)matematikk av problemløsning ved hjelp av symbolske redskaper. Guttene løser sitt problem, nemlig ulikt antall og type leker, ved hjelp av noen geometriske egenskaper ved lekene som handler om topologi, størrelse, form, symmetri og orientering. De bruker ingen redskaper som bærer spor av tradisjonell matematikk, men deres handlinger, gester og plastlekene inngår i deres strukturering som *semiotiske ytringer* eller *tegn*. Disse tegnene peker mot den strukturen guttene skaper. I denne forstand kan man si at guttene driver med problemløsning ved hjelp av symbolske redskaper.

OPPSUMMERING

Ett case kan ikke bevise noe om barns matematikk. Derimot kan analysen *vise* noe om hva slags rolle matematikk kan ha for barn, og hvordan denne matematikken kan komme til uttrykk.

Mitt utgangspunkt er at konteksten, lek og vennskap, er en integrert del av meningsdannelsen. Barnas lek er et speilbilde av voksenverdenen, men samtidig er barna fristilt fra den fordi de selv råder over leken. I leken er barna to steder samtidig: både i vår verden og i en liksomverden der alt er mulig. Leken er en av barns viktigste sosiale praksiser, og episoden må forstås ut fra denne konteksten.

Analysen er *tolkninger* som hviler på en semiotisk-kulturell forståelse, og viser hvordan barna skaper og orden fordi de har *behov* for det i leken. De bruker de kulturelle betydningene som ligger i gjenstandene og fletter dem inn sin egen subjektive orden. I analysen kommer det fram hvordan kroppslige erfaringer og kommunikative handlinger kan være grunnleggende for klassifikasjon og logisk tenkning. Det ser ut til at alle ytringene har en hensikt, og at barnas matematiske erfaringer dermed *ikke* kan være ubevisste.

I denne episoden spiller verbalspråket en underordnet rolle. Barna kommuniserer på de måtene som er mest effektive *i situasjonen*, og i denne episoden skjer det ved gester og handlinger. Verbalspråket trengs ikke for at barna skal forstå hverandre. Derfor er det underordnet at barna er tospråklige. Det er kommunikasjonssituasjonen som gjør at barna bruker lite verbalspråk, ikke at de har et annet morsmål enn norsk.

Analysen viser at verbalspråket bare er en side av barnas kommunikative ferdigheter og at handlinger og kroppslige uttrykk kan være vel så viktige. Vi legger vekt på å få barna til å *verbalisere* det de gjør, men i effektiv kommunikasjon unngår man unødig informasjon. For at verbalisering skal være meningsfullt, bør det oppleves som *nødvendig*. Det er en utfordring for barnehagepersonalet å skape situasjoner der det er nødvendig og meningsfullt for barna å verbalisere det de gjør eller tenker. Det er viktig å få barna til å bruke språket, men ikke bare fordi de voksne *ønsker* det.

Analysen viser at pedagogene kan lære mye av å undersøke barns logikk og matematisk meningsskaping i leken. Det gir barna glede og nytte her og nå. Dessuten gir det barna tro på egen

tankekraft, og det er en god ballast i møte med skolen.

Tusen takk til Sigmund Ongstad, Hans Jørgen Braathe, Ida Heiberg Solem og Jan Sverre Knudsen for verdifulle innspill underveis.

NOTER

1. Hans Freudenthal (1905–1990) var matematiker og grunnlegger av Freudenthal instituttet i Utrecht i Nederland.

2. Alle navn er anonymisert, men barnas kulturelle identitet er forsøkt bevart. f.eks. har barn med urdu som morsmål, fått vanlige pakistanske navn.

3. *Etnomatematikk* er studiet av matematikken hos etniske og sosiale grupper, utenfor skolesammenheng og ofte utenfor en europeisk kulturkrets. Den ble en gren av matematikken på 1970–80-tallet.

LITTERATURLISTE

- Aslan, D., & Arnas, Y. A. (2007). Three- to six-year-old children's recognition of geometric shapes. *International Journal of Early Years Education*, 15(1), 83–104.
- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Clements, D. H. (2003). Teaching and learning geometry. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *Research companion to principles and standards for school mathematics* (sid. 151–178). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements, D. H., Sarama, J. A., & DiBiase, A.-M. (2004). *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. London: Lawrence Earlbaum.
- Corsaro, W. A. (2005). *The sociology of childhood*. Thousand Oaks, Calif.: Pine Forge Press.
- Fauskanger, J. (1998). *Lek i seksåringenes matematikkundervisning: Hovedfagsoppgave i realfagsdidaktikk*. Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo, Oslo.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Boston: Kluwer Academic.
- Gerdes, P. (2007). *Drawings from Angola: Living mathematics*. Maputo, Moxambique: Research Centre for Mathematics, Culture and Education.
- Ginsburg, H. P., Inoue, N., & Seo, K. H. (1999). Young children doing mathematics: observations of everyday activities. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the Early Years* (sid. 88–99). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Greve, A. (2007). *Vennskap mellom små barn i barnehagen*. Oslo: Unipub.
- Greve, A. (2009). *Vennskap mellom små barn i barnehagen*. Oslo: Pedagogisk forum.
- Kunnskapsdepartementet. (2006a). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. Midlertidig utgave, juni 2006.
- Kunnskapsdepartementet. (2006b). *Rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver*. Oslo: Departementet.
- Kunnskapsdepartementet (2009). Kvalitet i barnehagen. (St.meld. nr. 41, 2008–2009) Oslo: Departementet.
- Mason, J., & Johnston-Wilder, S. (2004). *Designing and using mathematical tasks*. St. Albans: Tarquin.
- Ongstad, S. (2005). Enculturation to institutional writing: meaning making in a triadic semiotic perspective. In T. Kostouli (Ed.), *Writing in context* (sid. 49–68). New York: Springer.
- Ongstad, S. (2006). Mathematics and mathematics education as triadic communication? A Semiotic framework exemplified. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 247–277.
- Radford, L. (2006). The Anthropology of meaning. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 39–65.
- Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 111–126.
- Satlow, E., & Newcombe, N. (1998). When is a triangle not a triangle? Young children's developing concepts of geometric shape. *Cognitive Development*, 13(4), 547–559.
- Seo, K. H., & Ginsburg, H. P. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from research. In D. H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. London: Lawrence Earlbaum.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at Thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1–3), 13–57.
- Säljö, R. (2006). *Læring og kulturelle redskaper: om læreprosesser og den kollektive hukommelsen*. Oslo: Cappelen.
- Tudge, J. R. H., & Doucet, F. (2004). Early Mathematical experiences: Observing Young black and white children's everyday activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 21–39.

van Oers, B. (2001). Educational forms of initiation in mathematical culture. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 59–85.

Østrem, S. (2008). Barns væren i verden: Etiske perspektiver på fagområdene i barnehagen. In T. Mo-

ser & M. Pettersvold (Eds.), *En verden av muligheter: Fagområdene i barnehagen: Fagområdene i barnehagen* (pp. 25–39). Oslo: Universitetsforlaget.